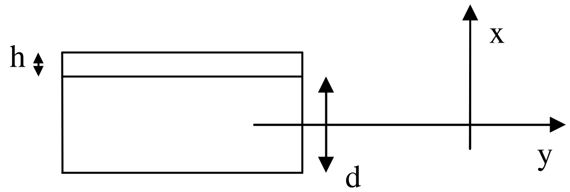
Corso di fisica II

Prova scritta del secondo modulo del 19/02/08

Esercizio 1

Questo esercizio viene risolto applicando il teorema di Gauss.



per $-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$ si ha: $\vec{D} = 0$

per $x < -\frac{d}{2}; x > \frac{d}{2}$ si ha $\vec{D} = \pm\frac{Q}{2A}\hat{i}$

per $x < -\frac{d}{2}; x > \frac{d}{2} + h$ si ha $\vec{E} = \pm\frac{Q}{2\varepsilon_0 A}\hat{i}$

per $\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} + h$ si ha $\vec{E} = \frac{Q}{2\varepsilon_0\varepsilon_r A}\hat{i}$

La densità superficiale di carica di polarizzazione è data da

$$\sigma_P = (\varepsilon - \varepsilon_0)E = \frac{Q}{2A}\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right) = 1.61 \cdot 10^{-5}\, C/m^2$$

Per quanto riguarda la densità di energia, questa è espressa dalla formula

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D} = \frac{1}{2}\frac{Q}{2A}\frac{Q}{2\varepsilon_0\varepsilon_r A} = \frac{Q^2}{8\varepsilon A^2} = 12.5\, J/m^3$$

Esercizio 2

Data la corrente che passa per l'induttanza, per trovare la f.e.m utilizziamo la seguente:

$f.e.m. = -\frac{dI}{dT}L$, dove $L = \mu_0 \frac{N^2}{l}\pi R^2$

Per trovare la f.e.m. deriviamo quindi la corrente data

$$f.e.m. = -\frac{dI}{dT}L = -LI_0 \exp(-at^2)[\omega\cos\omega t - 2at\sin\omega t]$$

Per trovare il campo elettrico in un punto a *R/2* dall'asse del solenoide possiamo considerare un percorso circolare centrato sull'asse, di raggio *R/2* e applicare la legge di Faraday:

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot\vec{n}dS \Rightarrow \pi RE = \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot \mu_0 \frac{N}{l}\frac{d}{dt}I \Rightarrow E = \frac{\mu_0 RN}{4R}\frac{d}{dt}I$$

Bisogna quindi trovare il momento in cui $\frac{d}{dt}I$ è massima.

La corrente è espressa da una funzione che ha la forma di $\exp(-at^2)$ ed è portata da un'onda ad alta frequenza (si confrontino i valori di a e di omega).

La derivata del seno è massima in 0 e, in generale, per $\omega t = n\pi$.

La funzione $\exp(-at^2)$ ha un massimo assoluto in zero.

La derivata della corrente ha quindi un massimo (relativo) per $t = 0$

$$E_{MAX} = \frac{\mu_0 RN}{4R}\left(\frac{d}{dt}I\right)_{MAX} = \frac{\mu_0 RN}{4R}\left(\frac{d}{dt}I\right)_{t=0} = 1.47 \cdot 10^{-2}\, V/m$$